

M.B. CORREIA*

R.A. FARIA**

A.R.S. SERRA JR.***

E.N. SILVA***

SUMÁRIO

A finalidade deste trabalho é implementar a aritmetica de intervalo no DEC-10 usando os algoritmos desenvolvidos por Kulisch/Miranker, que permitem obter resultados com exatidão máxima, de grande importância, nomente em se tratando da resolução de métodos numéricos.

ABSTRACT

The purpose of this work is to implement the interval arithmetics in the DEC-10 utilizing the algorithms developed by Kulisch-Miranker which permit obtaining results with maximum accuracy, what is rather important mainly when dealing with the resolution of numerical methods.

- * Prof. Adjunto UFPE (Docteur Ingenieur-INP-Toulouse-France-1983); arquitetura de computadores, eletrônica digital.
- ** Prof. Assistente UFPE (Mestre em Matemática-UFPE-1971); Matemática Computacional, Análise Numérica, Aritmética de computador.
- *** Engenheiro Eletricista (UFPE-84) (Aluno do Mestrado em Informática da UFPE); Eletrônica digital, arquitetura de computadores, aritmêtica de computadores.

Em computação, um dos problemas fundamentais de análise numérica é a de terminação do erro decorrente da utilização da aritmética de ponto flutuante.

Este problema pode ser resolvido exprimindo os resultados através de limites da forma $(x - \xi)$ e $(x + \xi)$ tais que o intervalo por eles definido contenha a solução exata. Esta idéia levou à definição de um novo tipo de número $X = [\underline{X}, \bar{X}]$ chamado intervalo, que representa o conjunto de todos os reais contidos no intervalo definido pelos limites inferior $\underline{X}$ e superior $\bar{X}$.

A aritmética de intervalo é definida de modo natural por:

$$[\underline{X}, \bar{X}] \circ [\underline{Y}, \bar{Y}] = [\underline{Z}, \bar{Z}] \quad , \quad \text{onde } \circ \in \{+, -, \times, /\}$$

$$\text{com } \underline{Z} = \min_{x \in [\underline{X}, \bar{X}]} (x \circ y) \quad \text{e} \quad \bar{Z} = \max_{y \in [\underline{Y}, \bar{Y}]} (x \circ y).$$

$$\begin{array}{l} x \in [\underline{X}, \bar{X}] \\ y \in [\underline{Y}, \bar{Y}] \end{array} \quad \begin{array}{l} x \in [\underline{X}, \bar{X}] \\ y \in [\underline{Y}, \bar{Y}] \end{array}$$

A computação de $[\underline{Z}, \bar{Z}]$ envolve operações de ponto flutuante que em geral são inexatas; nestes casos, o limite inferior deve ser arredondado por falta e o limite superior por excesso, de modo a garantir que o intervalo resultante contenha a solução exata. Essa política, chamada de arredondamento direcionado, inclui também o tratamento do "overflow" e do "underflow".

Os computadores, de uma maneira geral (em particular, o DEC-10) não prevêem o uso de arredondamento direcionado. Para implementá-lo costuma-se então usar um fator de conversão, igual a $1-1/2 \cdot b^{1-n}$ para máquina que arredonda para o número mais próximo e $1-b^{1-n}$ para máquina que truncar (n é o número de dígitos da mantissa). Este procedimento pode levar a resultados pessimistas, isto é, a intervalos contendo a solução, mas sem muita exatidão.

Os algoritmos implementados nesse trabalho foram desenvolvidos pelo Kulisch/Miranker e garantem a exatidão máxima. Como sua implementação requer o uso de uma política de arredondamento adequada, além da manipulação de $+\infty$ e $-\infty$, julgou-se conveniente usar a aritmética inteira do DEC-10. Os números de ponto flutuante são então tratados como ponto fixo e padrões especiais são definidos para representar o 0, $+\infty$ e $-\infty$. A ocorrência de "overflow" e "underflow" é assinalada ao programador, ao mesmo tempo que valores prefixados são atribuídos às variáveis, de modo que a computação possa prosseguir.

Este trabalho faz parte de uma pesquisa com objetivo de definir um microcomputador que tenha recursos de hardware e software para tratar a aritmética de intervalo. Nesta fase foi simulado no DEC-10, as opera / ções da aritmética de intervalo e desenvolvidas algumas aplicações que permitem testar o seu desempenho. Em paralelo, foi feito um estudo sobre a viabilidade do uso do sistema INTEL 8086/8087 para a implementa / ção de um microcomputador dedicado à aritmética de intervalo.

BIBLIOGRAFIA

KULISCH, U.W., MIRANKER, W.L., "Computer Arithmetic in Theory and / practice", Academic Press, 1981.

MOORE, R.E., "Interval Analysis", Prentice Hall, 1979.

STERBENZ, P.H., "Floating - Point Computation", Prentice Hall, 1974.

CLAUDIO, D.M., "Noções de Matemática Intervalar", 1984.